

Il candidato è invitato a svolgere uno dei quattro temi proposti ed a risolvere gli esercizi proposti (o un loro sottoinsieme):

Temi

(1a) La misura di una grandezza fisica: principi fisici e incertezza.

(2a) Invarianza di gauge.

(3a) Transizioni di fase: complessità ed autoorganizzazione

(4a) Interferenza e diffrazione.

Esercizi

(P_1a)

Si approssimi il nostro pianeta con una sfera omogenea di raggio R e densità ρ . Assumendo di forare la sfera con un tunnel rettilineo di sezione trascurabile, passante per il centro, si calcoli il tempo necessario ad un punto materiale che cade nel tunnel (partendo, da fermo, dalla superficie) per raggiungere il centro del pianeta.

Confrontare questo tempo col tempo necessario a percorrere la stessa distanza con una accelerazione costante g .

Stimare i relativi valori numerici assumendo: $R = 6300 \text{ km}$, $\rho = 5,5 \text{ g/cm}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$.

(P_2a)

Un satellite artificiale orbita attorno alla Terra ad altezza costante h , trasmettendo microonde di lunghezza d'onda λ . Il satellite passa sulla verticale di una stazione ricevente a Terra formata da due antenne connesse tra di loro (che cioè sommano i due segnali ricevuti facendoli interferire) poste nel piano dell'orbita, a distanza d tra loro (con $d \ll h$). Durante il passaggio, il segnale somma fluttua in intensità nel tempo con un periodo T .

Determinare la velocità del satellite.

(P_3a)

Una carica elettrica Q è distribuita uniformemente su una corona circolare, di materiale isolante, di raggio interno r e raggio esterno R . La corona ruota con velocità angolare ω attorno all'asse perpendicolare al suo piano e passante per il centro.

Qual è il modulo del campo di induzione magnetica \mathbf{B} generato al centro della corona?

(P_4a)

Uno specchio piano, ortogonale all'asse x , si muove con velocità relativistica v lungo l'asse x . Un raggio di luce viaggia lungo l'asse x e si riflette sullo specchio. Determinare la frequenza del raggio riflesso in funzione della frequenza del raggio incidente.

(P_5a) Quattro cariche sono disposte nel piano come segue: carica $+Q$ in $(x = a, y = a)$, carica $-Q$ in $(x = -a, y = a)$, carica $+Q$ in $(x = -a, y = -a)$, carica $-Q$ in $(x = a, y = -a)$.
Sviluppare il relativo potenziale elettrostatico attorno all'origine (fermarsi al primo termine non nullo).

(P_6a) Una particella (di cui non si considera lo spin) ha funzione d'onda $\psi = \sum L_i \psi_i$. Siano L_i le usuali componenti del momento angolare orbitale. Scrivere la funzione d'onda precedente come combinazione lineare di autostati di L^2 .

(P_7a) Un fascio contiene particelle di tipo A e B. Un contatore posto sul fascio dà una risposta a o b per ogni particella che lo attraversa:

- attraversato da una particella di tipo A dà sempre la risposta a.
- attraversato da una particella B ha una probabilità del 50% di dare a e del 50% di dare b.

Il 55% delle risposte del contatore è a.
(1) Qual è la composizione del fascio?
(2) Se il contatore ha dato la risposta a, qual è la probabilità che la particella del fascio che lo ha attraversato sia A?

(P_2a) Un satellite artificiale orbita attorno alla Terra ad altezza costante h , trasmettendo microonde di lunghezza d'onda λ . Il satellite passa sulla verticale di una stazione ricevente a Terra formata da due antenne commesse tra di loro (che cioè sommano i due segnali ricevuti facendoli interferire) poste nel piano dell'orbita a distanza d tra loro (con $d \gg h$). Durante il passaggio, il segnale somma fluttua in intensità nel tempo con un periodo T .
Determinare la velocità del satellite.

(P_3a) Una carica elettrica Q è distribuita uniformemente su una corona circolare di materiale isolante, di raggio interno r e raggio esterno R . La corona ruota con velocità angolare ω attorno all'asse perpendicolare al suo piano e passante per il centro.
Qual è il modulo del campo di induzione magnetica B generato al centro della corona?

(P_4a) Uno specchio piano, ortogonale all'asse x , si muove con velocità relativistica v lungo l'asse x . Un raggio di luce viaggia lungo l'asse x e si riflette sullo specchio. Determinare la frequenza del raggio riflesso in funzione della frequenza del raggio incidente.

Il candidato è invitato a svolgere uno dei quattro temi proposti ed a risolvere gli esercizi proposti (o un loro sottoinsieme).

Temi

- (1c) Un metodo per la rivelazione della radiazione elettromagnetica in una porzione dello spettro.
- (2c) Equazione di Schroedinger.
- (3c) Il controllo di un sistema in equilibrio stabile o instabile.
- (4c) Il fenomeno della risonanza.

Esercizi

(P_1c)

Si consideri una pista circolare di diametro d posta nel piano verticale (x,z) . All'interno della pista è appoggiato un punto materiale di massa m .

Trascurando l'attrito, quale velocità minima v_0 deve avere il punto materiale nel punto più basso per poter girare nella pista senza cadere?

Considerando una forza di attrito (opposta alla velocità) pari a βv , quale forza aggiuntiva si deve esercitare sul punto materiale perché la legge oraria del moto non cambi?

Stimare il lavoro svolto da questa forza in un giro completo.

($d = 10$ m, $m = 3$ kg, $\beta = 0.1$ kg/s),

(P_2c)

Due barre metalliche mobili uguali hanno gli estremi vincolati a muoversi senza attrito su due rotaie orizzontali, parallele tra loro; le barre sono parallele tra loro e perpendicolari alle rotaie. Le rotaie hanno resistenza elettrica trascurabile. Ogni barra ha massa m e resistenza R . Il sistema si trova in una regione dove è presente un campo di induzione magnetica verticale, di modulo B , uniforme e costante. All'istante $t_0 = 0$ si mette in movimento la prima barra con velocità costante v_0 , parallela alle rotaie, avvicinandola alla seconda barra.

Determinare l'equazione oraria del moto della seconda barra.

E' possibile che le barre si urtino?

Esiste un valore asintotico della velocità?

(P_3c)

Un dipolo elettrico di momento di dipolo \mathbf{p} si trova a distanza r dal centro di una sfera metallica di raggio $b < r$, mantenuta ad un potenziale V costante rispetto all'infinito.

Il centro della sfera si trova sulla retta contenente \mathbf{p} .

Determinare la forza esercitata sul dipolo.

(P_4c)

Si consideri l'urto frontale tra un elettrone di energia E e impulso \mathbf{p} ed un fotone di energia ω e impulso \mathbf{k} , tali che $\mathbf{p} \cdot \mathbf{k} = -p\omega$ e diffusi in un elettrone di energia-impulso (E', \mathbf{p}') ed un fotone di energia-impulso (ω', \mathbf{k}') tali che $\mathbf{p}' \cdot \mathbf{k}' = p'\omega' \cos(\theta)$.

(1) Esprimere ω' in funzione di θ .

(2) Se $m/E \ll 1$, discutere l'andamento per piccoli valori di θ .

(Si usino unità naturali, $\hbar = c = 1$)

(P_5c)

Al tempo $t = 0$ vengono prodotte N particelle instabili uguali. Il conteggio del numero di queste particelle che decadono entro un tempo T fornisce come risultato n .

Determinare la vita media delle particelle e la corrispondente incertezza.

Calcolare la vita media e l'incertezza nel caso particolare di $N = 100$, $n = 50$, $T = 1$ ms.

(P_6c)

Si consideri un particolare neutrino ν come la sovrapposizione di due stati $|\nu\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$ dove $|1\rangle$ e $|2\rangle$ sono autostati di massa con massa m_1 e m_2 diverse. Nel punto $x = 0$ e a un certo istante t_0 viene prodotto uno stato $|s, t = t_0\rangle = |\nu\rangle$ e impulso p diretto lungo x , con $p \gg m_1, m_2$ (sia $\hbar = c = 1$).

(1) Come evolve nel tempo lo stato $|s, t\rangle$?

(2) Stimare per quali valori della distanza percorsa x la probabilità che $|s, t\rangle$ sia uno stato $|\nu\rangle$ diventi nulla.

(P_7c)

In una collisione tra due fasci viene prodotta una particella scalare H di massa $M = 120$ GeV (in unità naturali $\hbar = c = 1$) con impulso \mathbf{P} di componenti $P_x = 0$, $P_y = 0$ e P_z che decade (isotropicamente) in due fotoni: $H \rightarrow \gamma\gamma$.

Qual è la frazione dei decadimenti in due fotoni, in cui l'impulso trasverso di un fotone è $p_T > 30$ GeV ($p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$)?

