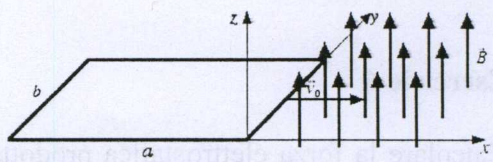
Compito A

Esercizio 1

Una spira rettangolare, di lati a e b e massa m, costituita da un filo di sezione s e resistività ρ, si muove con velocità v_0 parallela al lato a su un piano privo di attrito (vedi figura). La spira entra in una regione interessata da un campo magnetico $\boldsymbol{B}$ costante, perpendicolare al piano della spira.

Trascurando fenomeni di autoinduzione e considerando discontinuo il passaggio tra la zona in cui il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ è assente e quella in cui è presente, calcolare:

a) la forza magnetica agente sulla spira quando questa penetra nella regione interessata dal campo magnetico;
b) la velocità della spira quando questa è penetrata in tale zona per un tratto $x = a/2$.



Esercizio 2

Due particelle identiche non relativistiche, con lunghezze d'onda di De Broglie λ_1 e λ_2, si spostano in un piano perpendicolarmente l'una all'altra. Trovare la lunghezza d'onda di De Broglie di ciascuna particella nel sistema del centro di massa.

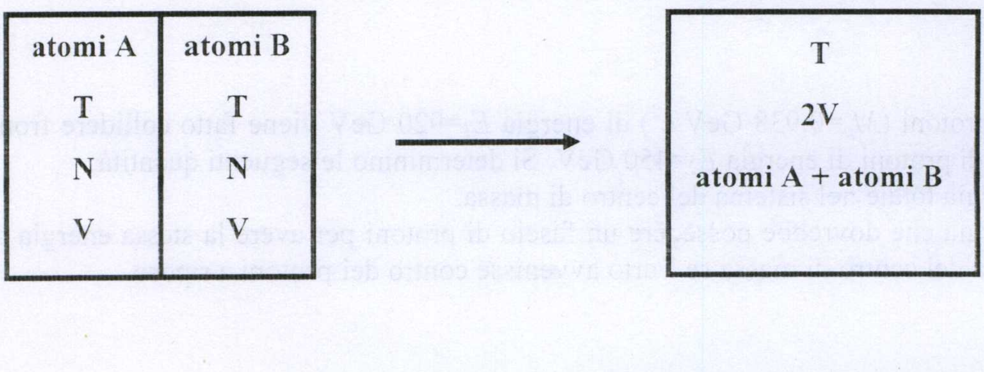
Esercizio 3

Una particella è descritta dalla funzione d'onda $\psi(x)=(2L)^{-1/2}$ per $|x| \leq L$ e $\psi(x)=0$ per $|x| > L$.

a) Qual è la probabilità $P(p)$ di trovare la particella con impulso p?
b) Rappresentare schematicamente in grafico la probabilità $P(p)$ e commentarla in relazione al principio di indeterminazione.
c) Se P_1 è la probabilità di trovare la particella con impulso $p=h/(4L)$, mostrare che $P_1/P(0)=4/\pi^2$.

Esercizio 4

Due gas perfetti formati da N particelle di massa M_A e M_B, rispettivamente, sono inizialmente racchiusi ciascuno in un contenitore di volume V, posto in contatto termico con l'altro alla temperatura T (vedi figura). Si rimuova il setto che separa i due contenitori e si lasci raggiungere lo stato di equilibrio finale. Calcolare la differenza di entropia tra stato iniziale e stato finale. È corretto calcolare il limite $M_A = M_B$ nel caso che i due gas siano identici?



Esercizio 5

La pressione di radiazione di un corpo nero di volume V alla temperatura T è:

$$P_{rad} = \frac{\pi^2 (\kappa T)^4}{45(\hbar c)^3}$$

(c è la velocità della luce). Determinare l'ordine di grandezza di T, affinché P_{rad} sia confrontabile con la pressione di un gas perfetto, allo stesso volume e temperatura, con densità di particelle $N/V = 10^{19}$ cm^{-3}.

Prova di astuzia: osservando semplicemente la formula, dire qual è il calore specifico a *pressione* costante di un corpo nero.

Esercizio 6

Calcolare la forza elettrostatica prodotta da una carica Q, distribuita uniformemente all'interno di una sfera di raggio R, su una carica di prova q, all'esterno e all'interno della sfera.

Esercizio 7

Sia data l'hamiltoniana $H_0 = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ con $\alpha > 0$, con stato fondamentale descritto dal vettore $|\psi_0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Si consideri una perturbazione data da $V = \mu \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ con $\mu \ll \alpha$.

a) Si calcolino le correzioni all'energia dello stato fondamentale e il corrispondente autovettore al primo ordine in μ usando la teoria delle perturbazioni.
b) Si trovino le corrispondenti espressioni esatte, verificando i risultati precedenti.

Esercizio 8

Una particella confinata in una buca di potenziale con pareti infinite ($-a < x < a$) ha come funzione d'onda $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\frac{\pi x}{2a}$. Quale è il valore di aspettazione di x^2?

Esercizio 9

Una pallina puntiforme rimbalza elasticamente sul suolo nella direzione verticale z. Calcolare i livelli energetici permessi usando le regole di quantizzazione di Bohr-Sommerfeld.

Esercizio 10

Un fascio di protoni (M_p=0.938 GeV/c^2) di energia E_1=920 GeV viene fatto collidere frontalmente con un fascio di protoni di energia E_2=450 GeV. Si determinino le seguenti quantità:

a) L'energia totale nel sistema del centro di massa.
b) L'energia che dovrebbe possedere un fascio di protoni per avere la stessa energia totale nel sistema del centro di massa se l'urto avvenisse contro dei protoni a riposo.

Esercizio 11

Un mesone B^o (M_B=5.28 GeV/c^2) di impulso p=10 GeV/c decade in una coppia di particelle costituita da un pione (M_π=0.14 GeV/c^2) e un kaone (M_K=0.49 GeV/c^2).

a) Supponendo che il mesone B^o decada dopo un tempo τ=1 ps nel proprio sistema di riferimento a riposo, quanto tempo vive e quale distanza percorre nel sistema del laboratorio?
b) Determinare l'energia massima e l'energia minima che ciascuna delle due particelle prodotte dal decadimento può assumere nel sistema del laboratorio.

Esercizio 12

Una variabile aleatoria adimensionale y è distribuita secondo una funzione densità di probabilità Gaussiana data dalla seguente espressione:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[\frac{-(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

a) Determinare la funzione densità di probabilità della variabile aleatoria $x = \exp(y)$.
b) Determinare la media $E[x]$ e la varianza $V[x]$ della variabile x, e confrontare la varianza esatta $V[x]$ con l'approssimazione derivante da una semplice propagazione degli errori (si noti che $V[y] = \sigma^2$).

25° ciclo

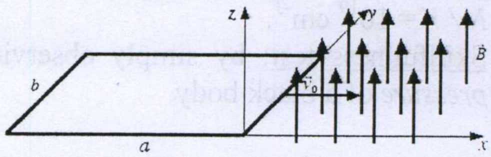
Problem set A

Exercise 1

A rectangular loop of sides a and b and mass m, formed by a wire of section s and resistivity ρ, moves parallel to the side a with velocity v_0, on a plane without friction. The loop enters a region where a constant magnetic field $\boldsymbol{B}$, perpendicular to the loop, is set. Neglecting auto induction and edge effects calculate:

a) The force acting on the loop once it enters the magnetic field area;

b) The velocity of the loop when it entered the magnetic field by a length $x = a/2$.



Exercise 2

Two identical non relativistic particles, with De Broglie wave lengths λ_1 and λ_2, move on a plane on straight lines perpendicular to each other. Find the De Broglie wave length of each particle in the center of mass system.

Exercise 3

A particle is described by the wave function $\psi(x)=(2L)^{-1/2}$ when $|x| \le L$ and $\psi(x)=0$ when $|x| > L$.

a) Which is the probability $P(p)$ of finding the particle with momentum p?

b) Represent in a schematic graph the function $P(p)$ and comment it with the uncertainty principle.

c) If P_1 represents the probability of finding the particle with moment $p=h/(4L)$, show that $P_1/P(0)=4/\pi^2$.

Exercise 4

Two ideal gases, formed by N particles of mass M_A e M_B, respectively, are initially held in two vessels of volume V, in thermal contact with each other at the temperature T (see figure). Remove the wall in between and let the system reach the equilibrium state. Calculate the difference between the entropy of the final state and that of the initial state. Would it be correct taking $M_A = M_B$ if the two gases were identical?